

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
13. ožujka 2012.

5. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

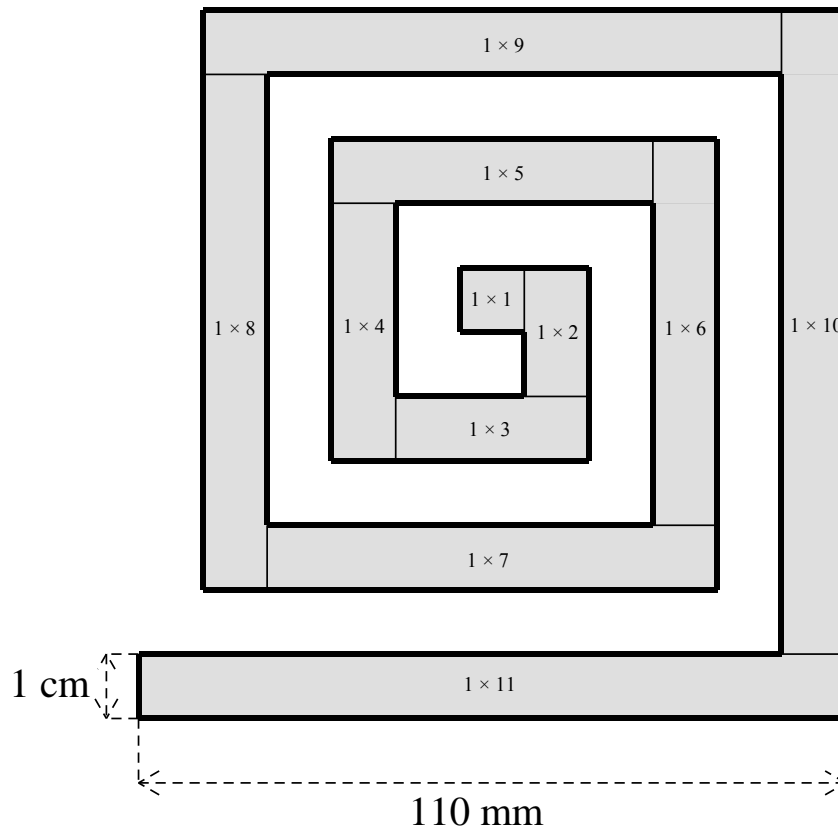
1. Zbroj svih kućnih brojeva na parnoj strani od kuće do škole je: 2 boda
 $36 + 38 + 40 + \dots + 168 = 2 \cdot (18 + 19 + 20 + \dots + 84).$
$$\left. \begin{array}{l} 18 + 19 + 20 + \dots + 83 + 84 \\ 84 + 83 + 82 + \dots + 19 + 18 \end{array} \right\} + (\text{zbroje se oba retka})$$
 2 boda
 $102 + 102 + 102 + \dots + 102 + 102 = 102 \cdot (84 - 17) = 102 \cdot 67 = 6834.$ 4 boda
Dakle, $36 + 38 + 40 + \dots + 168 = 6834.$ 1 bod
Ukupan zbroj svih kućnih brojeva na parnoj strani od kuće do škole je 6834. 1 bod
..... UKUPNO 10 BODOVA

2. 1. dan x banana. 1 bod
2. dan $x + 6$ banana. 1 bod
3. dan $(x + 6) + 6 = x + 12$ banana. 1 bod
4. dan $(x + 12) + 6 = x + 18$ banana. 1 bod
5. dan $(x + 18) + 6 = x + 24$ banana. 1 bod
 $x + x + 6 + x + 12 + x + 18 + x + 24 = 115$ 1 bod
 $5x = 115 - 60 = 55$ 1 bod
 $x = 55 : 5 = 11$ banana 1 bod
Peti dan majmun Muki je pojeo 35 banana. 1 bod
Deseti dan će pojesti $11 + (10 - 1) \cdot 6 = 11 + 54 = 65$ banana. 2 boda
..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Iz jednakosti $\overline{3cccd} \cdot 18 = \overline{64a02b}$ slijedi da je broj $\overline{64a02b}$ djeljiv brojem 18. 1 bod
Kako je $18 = 2 \cdot 9$, onda je broj $\overline{64a02b}$ djeljiv i brojem 2 i brojem 9. 1 bod
Zbog djeljivosti brojem 2 $b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$. 1 bod
Zbog djeljivosti brojem 9 za $b = 0$ je $a = 6$,
za $b = 2$ je $a = 4$,
za $b = 4$ je $a = 2$,
za $b = 6$ je $a \in \{0, 9\}$,
za $b = 8$ je $a = 7$. 3 boda
S obzirom da je $646020 : 18 = 35890$, $644022 : 18 = 35779$, $642024 : 18 = 35668$,
 $640026 : 18 = 35557$, $649026 : 18 = 36057$ i $647028 : 18 = 35946$,
onda je $a = 0$, $b = 6$, $c = 5$, $d = 7$. 4 boda
..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Pretpostavimo da je: $m = 8 \cdot a$ i $n = 8 \cdot b$, pri čemu je $D(a,b) = 1$. 2 boda
 Kako za svaka dva prirodna broja m i n vrijedi: $m \cdot n = D(m,n) \cdot V(m,n)$,
 imamo jednakost $m \cdot n = 8 \cdot 168$. 2 boda
 Zamjenom $m = 8 \cdot a$ i $n = 8 \cdot b$ imamo jednakost:
 $8a \cdot 8b = 8 \cdot 8 \cdot 21$, odnosno $a \cdot b = 21$. 2 boda
 Kako je $a \cdot b = 21 = 1 \cdot 21 = 3 \cdot 7$, brojevi a i b mogu biti samo ovi parovi
 brojeva: (1, 21) i (3, 7). 2 boda
 Konačno za m i n imamo ova rješenja:
 a) $m = 8 \cdot a = 8 \cdot 1 = 8$ i $n = 8 \cdot b = 8 \cdot 21 = 168$, pa je rješenje (8, 168) i
 b) $m = 8 \cdot a = 8 \cdot 3 = 24$ i $n = 8 \cdot b = 8 \cdot 7 = 56$, pa je rješenje (24, 56). 2 boda
UKUPNO 10 BODOVA

5. Sa slike zaključujemo da je širina krakova spirale (sivih dijelova) 1 cm. 2 boda
 Kvadratnu spiralu možemo podijeliti na pravokutnike.



- Tako će tražena površina spirale biti jednaka zbroju površina pravokutnika. 6 bodova
 $P = 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 66 \text{ cm}^2$. 2 boda
UKUPNO 10 BODOVA