

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

13. ožujka 2012.

6. razred – rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Da bismo odredili ukupan iznos novca kojeg su zaradili Marko, Jure i Ante, prvo ćemo odrediti koliko je zaradio Jure.

Jure je dobio  $\frac{1}{4}$  novog ostatka pa je Ante ostalo  $\frac{3}{4}$  novog ostatka. 1 bod

Dakle,  $\frac{3}{4}$  novog ostatka je 900 kn pa  $\frac{1}{4}$  novog ostatka iznosi 300 kn. 2 boda

Jure je zaradio  $800 + 300 = 1\ 100$  kn. 1 bod

Marko je dobio 500 kn i  $\frac{1}{5}$  ostatka što znači da je za Juru i Antu ostalo  $\frac{4}{5}$  ostatka, 1 bod

tj. vrijedi da je  $\frac{4}{5}$  ostatka  $= 1\ 100 + 900 = 2\ 000$  kn pa je  $\frac{1}{5}$  ostatka  $= 500$  kn. 2 boda

Dakle, Marko je zaradio  $500 + 500 = 1\ 000$  kn. 1 bod

Konačno, Marko, Jure i Ante ukupno su zaradili  $1\ 000 + 1\ 100 + 900 = 3\ 000$  kn. 1 bod

Najviše je zaradio Marko. 1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Iz  $|AC| = |BC|$  slijedi da je trokut  $ACB$  jednakokrtačan pa vrijedi

$|\angle CBA| = |\angle CAB| = \beta$ . 2 boda

Iz  $|AB| = |AD|$  slijedi da je trokut  $ABD$  jednakokrtačan pa vrijedi

$|\angle DBA| = |\angle ADB| = \beta$ . 2 boda

Iz  $|\angle BAD| = |\angle CAD|$  i  $|\angle CAB| = \beta$  slijedi da je

$|\angle BAD| = |\angle CAD| = \frac{\beta}{2}$ . 1 bod

U trokutu  $ABD$  vrijedi  $\beta + \beta + \frac{\beta}{2} = 180^\circ$ , 1 bod

odakle je  $\frac{5}{2}\beta = 180^\circ$ , 1 bod

odnosno  $\beta = 180^\circ : \frac{5}{2} = 72^\circ$ . 1 bod

Veličine unutarnjih kutova u trokutu  $ABC$  su  $72^\circ$ ,  $72^\circ$  i  $180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$ . 2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Kako je  $24=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3$ , odgovarajuće četvorke znamenaka su: 1 bod  
 a) 2,2,2,3, b) 1,2,3,4, c) 1,2,2,6, d) 1,1,3,8.  
 Traženi brojevi su:  
 a) 2223, 2232, 2322, 3222, 1 bod  
 b) 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241,  
 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321, 3 boda  
 c) 1226, 1262, 1622, 2126, 2162, 2216, 2261, 2612, 2621, 6122, 6212, 6221, 2 boda  
 d) 1138, 1183, 1318, 1381, 1813, 1831, 3118, 3181, 3811, 8113, 8131, 8311. 2 boda  
 Brojeva s traženim svojstvima ima 52. 1 bod  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je  $s$  označena duljina puta od kuće do posla u kilometrima. 1 bod  
 Kada Matkov tata vozi brzinom 65 km/h, stiže 1 min ranije,  
 a kada vozi brzinom 60 km/h, 1 min kasnije.  
 Razlika je 2 minute ili  $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$  sata. 2 boda  
 Vrijeme provedeno na putu pri brzini od 65 km/h je  $\frac{x}{65}$  sati,  
 a vrijeme provedeno na putu pri brzini od 60 km/h je  $\frac{x}{60}$  sati.  
 Možemo pisati:  

$$\frac{x}{60} - \frac{x}{65} = \frac{1}{30}$$
 4 boda  
 Tada redom imamo  $65x - 60x = 130$ ,  
 $5x = 130$ ,  
 $x = 26$  km. 2 boda  
 Matkov tata svaki dan od kuće do posla i natrag prijeđe put duljine 52 km. 1 bod  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Jednakosti  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 1221$  odgovara jednakost: 2 boda  
 $(100a + 10b + c) + (100b + 10c + a) + (100c + 10a + b) = 1221$ ,  
 odnosno  $111a + 111b + 111c = 1221$ , 2 boda  
 tj.  $111 \cdot (a + b + c) = 1221$ , 2 boda  
 odakle je  $a + b + c = 1221 : 111 = 11$ . 2 boda  
 Budući da se traži najveći troznamenasti broj takav da je  
 $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 1221$ , a znamenke  $a$ ,  $b$  i  $c$  moraju biti različite,  
 vrijedi  $a = 8$ ,  $b = 2$  i  $c = 1$ ,  
 pa je traženi broj 821. 2 boda  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA